ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1 + 9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 7 (ตอนที่ 5/5)

โดยช่วงตั้งแต่ 24 พ.ค.-14 ต.ค. 59 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. ผลบวกของคำตอบของสมการ $\sin 2x + \cos 2x + \sin x + \cos x + 1 = 0$ บนช่วง $0 \le x \le \pi$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) $\frac{5\pi}{4}$ 2) $\frac{17\pi}{12}$

3) $\frac{3\pi}{2}$ 4) $\frac{9\pi}{2}$

2. มีคู่อันดับ (x, y) ของจำนวนเต็มบวกที่มีค่า**ไม่เกิน** 100 ทั้งหมดกี่คู่ ซึ่งทำให้ $\log_{10} x + \log_{10} y$ มีค่าเป็นจำนวนเต็ม

1) 12 2) 14

3) 16 4) 18

3. สามีภรรยาคู่หนึ่งมีเงินสำหรับลงทุน 300,000 บาทในตลาดหุ้น โบรกเกอร์ของเขาแนะนำให้ลงทุนในหุ้น 2 ตัว ตัวหนึ่งเป็นหุ้นระดับ AA ให้ผลตอบแทน 8% อีกตัวหนึ่งเป็นหุ้นระดับ B+ ให้ผลตอบแทน 12% หลังจากพิจารณาแล้ว สามีภรรยาคู่นี้ตัดสินใจลงทุนในหุ้นระดับ B+ **ไม่เกิน** 120,000 บาท และลงทุนในหุ้นระดับ AA อย่างน้อย 60,000 บาท และต้อง**ไม่น้อยกว่า**ที่ลงทุนในหุ้นระดับ B+ ด้วย โบรกเกอร์ควรแนะนำให้สามีภรรยาคู่นี้ลงทุนในหุ้นระดับ AA เท่าใดจึงจะได้ผลตอบแทน**สูงสุด**

1) 60,000 บาท 2) 120,000 บาท

3) 180,000 บาท 4) 300,000 บาท

4. ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่ง $f''(x) = x + 2,\ f'(0) = 3$ และ $f(0) = -1$ และ $g(x) = 6x + 8$ แล้ว $\int_0^1 (g\circ f)(x)dx$ เท่ากับเท่าใด

1) 13.00 2) 13.25

3) 13.50 4) 13.75

เฉลย

1. เฉลย 2) $\frac{17\pi}{12}$

$$\sin 2x + \cos 2x + \sin x + \cos x + 1 = 0,\ 0 \le x \le \pi$$
$$2\sin x \cos x + 2\cos^2 x - 1 + \sin x + \cos x + 1 = 0$$
$$\sin x(2\cos x + 1) + \cos x(2\cos x + 1) = 0$$
$$(2\cos x + 1)(\sin x + \cos x) = 0$$
$$2\cos x + 1 = 0 \quad \text{หรือ} \quad \sin x + \cos x = 0$$

แก้สมการ $2\cos x + 1 = 0$ บนช่วง $0 \le x \le \pi$ จะได้ $\cos x = -\frac{1}{2}$ และได้ $x = \frac{2\pi}{3}$

แก้สมการ $\sin x + \cos x = 0$ บนช่วง $0 \le x \le \pi$ จะได้ $\tan x = -1$ และได้ $x = \frac{3\pi}{4}$

ดังนั้น ผลบวกของคำตอบของสมการบนช่วงที่กำหนดให้คือ $\frac{2\pi}{3} + \frac{3\pi}{4} = \frac{17\pi}{12}$

2. เฉลย 4) 18

ให้ $\log_{10} x + \log_{10} y = k \quad (k \in I)$

จะได้ $\log_{10} xy = k$

$$xy = 10^k$$

เราจะต้องหาคู่อันดับ (x, y) ของจำนวนเต็มบวกที่มีค่า**ไม่เกิน** 100 ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข $xy = 10^k$

สำหรับ $k = 0$, $xy = 1$ ในกรณีนี้ มีคู่อันดับ (x, y) เพียง 1 คู่ คือ (1, 1)

สำหรับ $k = 1$, $xy = 10$ จำนวนเต็มบวกที่หาร 10 ลงตัวมี 4 จำนวน แต่ละจำนวน**น้อยกว่า** 100

ดังนั้น มีคู่อันดับ (x, y) ทั้งหมด 4 คู่ ซึ่ง $xy = 10$ ได้แก่ (1, 10), (2, 5), (5, 2) และ (10, 1)

สำหรับ $k = 2$, $xy = 100$ มีคู่อันดับ (x, y) ทั้งหมด 7 คู่ ซึ่ง $xy = 100$ ได้แก่ (2, 50), (4, 25), (5, 20), (10, 10), (20, 5), (25, 4) และ (50, 2)

สำหรับ $k = 3$, $xy = 1000$ มีคู่อันดับ (x, y) ทั้งหมด 6 คู่ ซึ่ง $xy = 1000$ ได้แก่ (10, 100), (20, 50), (25, 40), (40, 25), (50, 20) และ (100, 10)

ดังนั้น มีคู่อันดับ (x, y) ที่ต้องการหาทั้งหมด $1 + 4 + 7 + 6 = 18$ คู่

3. เฉลย 3) 180,000 บาท

ให้ x แทนจำนวนเงินที่ลงทุนในหุ้นระดับ AA

y แทนจำนวนเงินที่ลงทุนในหุ้นระดับ B+

ให้ P แทนผลตอบแทนจากการลงทุนที่ต้องการให้มีค่าสูงสุด

ฟังก์ชันจุดประสงค์คือ $P = 0.08x + 0.12y$

เงื่อนไขของการลงทุนได้แก่

(1) เงินลงทุนไม่เกิน 300,000 บาท $x + y \le 300000$

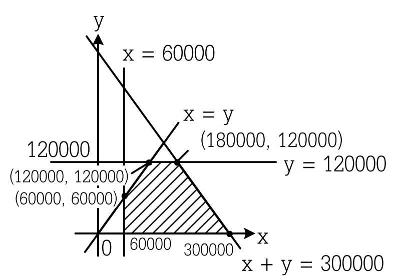
(2) ลงทุนในหุ้นระดับ B+ ไม่เกิน 120,000 บาท $y \le 120000$

(3) ลงทุนในหุ้นระดับ AA อย่างน้อย 60,000 บาท $x \ge 60000$

(4) ลงทุนในหุ้นระดับ AA ไม่น้อยกว่าลงทุนในหุ้นระดับ B+ $x \ge y$

นอกจากนั้น ยังมีเงื่อนไข $x \ge 0$ และ $y \ge 0$ ด้วย

เขียนกราฟแสดงบริเวณของจุด (x, y) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขทั้งหมดได้ดังนี้



จุดมุมของบริเวณที่สอดคล้องกับเงื่อนไข และค่าของผลตอบแทนจากการลงทุนที่จุดมุมแต่ละมุมแสดงในตารางต่อไปนี้

จุดมุม	ผลตอบแทน P
(60000, 0)	$P = 0.08(60000) + 0.12(0) = 4800$
(60000, 60000)	$P = 0.08(60000) + 0.12(60000) = 12000$
(120000, 120000)	$P = 0.08(120000) + 0.12(120000) = 24000$
(180000, 120000)	$P = 0.08(180000) + 0.12(120000) = 28800$
(300000, 0)	$P = 0.08(300000) + 0.12(0) = 24000$

ดังนั้น ผลตอบแทน**สูงสุด**ของการลงทุนเท่ากับ 28,800 บาท ได้จากการลงทุน 180,000 บาท ในหุ้นระดับ AA และลงทุน 120,000 บาท ในหุ้นระดับ B+

4. เฉลย 2) 13.25

ขั้นที่ 1 หา $f'(x)$

$$f'(x) = \int f''(x)dx = \int (x+2)dx = \frac{x^2}{2} + 2x + C_1$$

แต่ $3 = f'(0) = \frac{0^2}{2} + 2(0) + C_1$

ดังนั้น $C_1 = 3$

และจะได้ $f'(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + 3$

ขั้นที่ 2 หา $f(x)$

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int \left(\frac{x^2}{2} + 2x + 3\right)dx = \frac{x^3}{6} + x^2 + 3x + C_2$$

แต่ $-1 = f(0) = \frac{0^3}{6} + 0^2 + 3(0) + C_2$

ดังนั้น $C_2 = -1$

และจะได้ $f(x) = \frac{x^3}{6} + x^2 + 3x - 1$

ขั้นที่ 3 หา $\int_0^1 (g\circ f)(x)dx$

จาก
$$(g\circ f)(x) = g(f(x)) = 6(f(x)) + 8 = 6\left(\frac{x^3}{6} + x^2 + 3x - 1\right) + 8 = x^3 + 6x^2 + 18x + 2$$

จะได้
$$\int (g\circ f)(x)dx = \int (x^3 + 6x^2 + 18x + 2)dx = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + 9x^2 + 2x + C_3$$

และ
$$\int_0^1 (g\circ f)(x)dx = \left(\frac{x^4}{4} + 2x^3 + 9x^2 + 2x\right)\Big|_0^1 = \left(\frac{1^4}{4} + 2(1)^3 + 9(1)^2 + 2(1)\right) - 0 = 13.25$$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaew.com